

Subiectul I

Nr.item	I 1	I 2	I 3	I 4	I 5	I 6
Rezultate	B	B	C	B	B	C

Subiectul al II-lea

Item	Rezolvare	Punctaj
a)	$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	(3p)
	$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$	(2p)
b)	Se demonstrează prin inducție matematică egalitatea $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N}^*$	(3p)
	Se ajunge la $\det(A^n) = 1 \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$	(2p)
	Metoda a doua : $\det(A^n) = (\det A)^n = 1 \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$	(5p)
c)	Se consideră $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$	(1p)
	Din $AX = XA$ se obține $a = a + c, a + b = b + d, c + d = d$	(2p)
	Se deduc egalitățile : $c = 0, a = d$; concluzia este imediată	(2p)
d)	X^1 este de forma propusă	(2p)
	se arată că, dacă X^k are forma propusă, atunci și X^{k+1} are aceeași proprietate	(2p)
	finalizare	(1p)
e)	Din $X^n = A$ se deduce : $X^{n+1} = AX = XA$	(3p)
	Finalizare : $X \in G$	(2p)
f)	Folosind e) se ajunge la : $X \in G$	(2p)
	Din c) se deduce că $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix}$	(1p)
	Folosind d) se obține : $a^n = 1$ și $nba^{n-1} = 1$	(1p)
	Soluțiile căutate sunt de forma: $X_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{n} & 1 \end{pmatrix}, n \in \mathbb{N}^*$ și $X_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -\frac{1}{n} & -1 \end{pmatrix}, n \in \mathbb{N}^*, n$ impar.	(1p)
	Subiectul al III-lea	
	Notând convenabil, se obține sistemul de ecuații liniare : $\begin{cases} b + t & & = 142 \\ & t + g & = 182 \\ & & g + d = 184 \\ b & & + d = 144 \end{cases}$	(5p)
	Matricea sistemului este $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(5p)
	$\det A = 0$	(5p)
	Există, de exemplu, minorul $d_p = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$	(5p)
	$d_{car} = 0$, așadar sistemul este compatibil nedeterminat	(5p)
	finalizare	(5p)